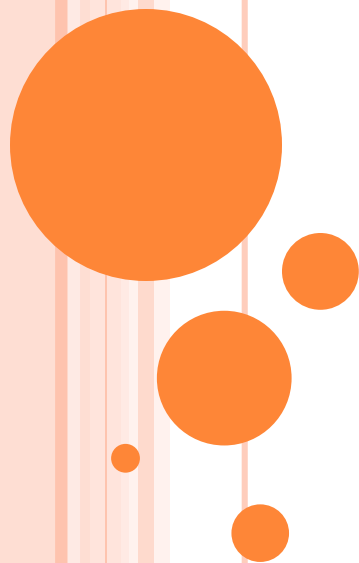


# RAVNOMJERNO KRUŽNO KRETANJE

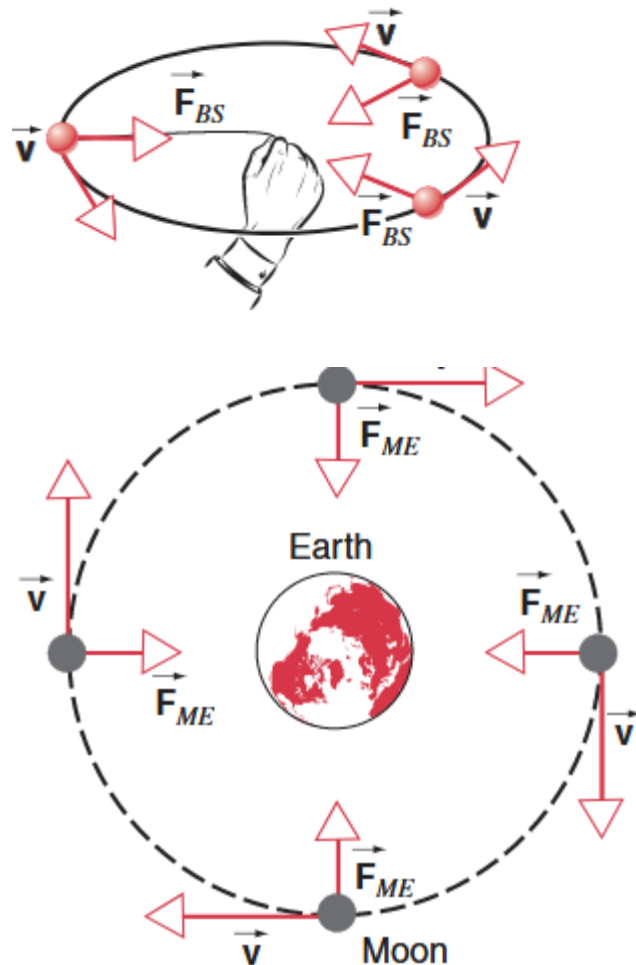
dr Mira Vučeljić  
redovan profesor



KOSI HITAC-BRZINA SE MIJENJA PO INTENZITETU I PRAVCU UBRZANJEJE  
CONSTANTNO (UBRZANJE ZEMLJINE TEZE)

RAVNOMJERNO KRUŽNO, PUTANJA KRUŽNICA, BRZINA KONSTANTNOG  
INTEZITETA, ŠTA JE SA UBRZANJEM?

- Primjeri ravnomjerno kružnog kretanja:



## PODSJETIMO SE NEKIH FIZIČKIH VELIČINA POTREBNIH ZA OPISIVANJE KRUŽNOG KRETANJA

- Period, frekvencija,
- Ugaona brzina i ubrzanje

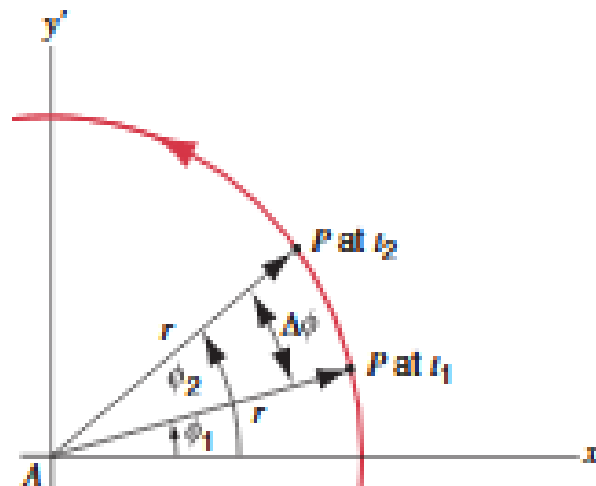
$$\omega_{\text{av}} = \frac{\phi_2 - \phi_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

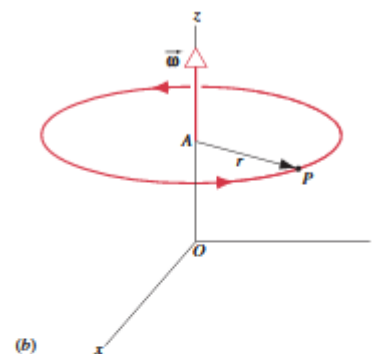
$$\omega = \frac{d\phi}{dt}$$

$$\alpha_{\text{av}} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$



SL.1



(b)



(c)

SI.2



## VEZE IZMEDJU LINEARNIH I UGAONIH VELIČINA

- Sa slike 1. predjeni put tacke P

$$s = \phi r, \quad \frac{ds}{dt} = \frac{d\phi}{dt} r, \quad v_T = \omega r.$$

$$\frac{dv_T}{dt} = \frac{d\omega}{dt} r, \quad a_T = \alpha r.$$

$$a_c = \frac{v^2}{r}.$$



# PITANJE SA POČETKA, DA LI JE KRETANJE PO KRUŽNICI SA KONSTANTNOM BRZINOM UBRZANO?

Tacka je iz položaja P1 presla u P2 za vrijeme  $\Delta t$ .

Trazimo srednje ubrzanje

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{2r\theta}{v}$$

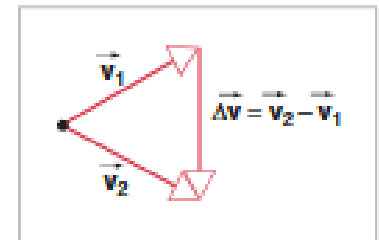
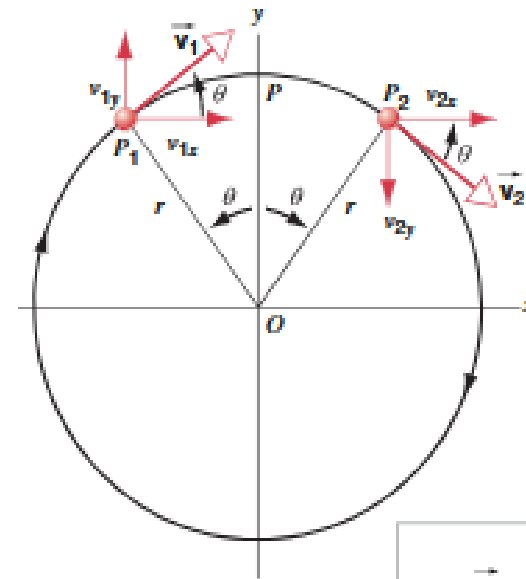
$$v_{1x} = +v \cos \theta \quad v_{1y} = +v \sin \theta$$

$$v_{2x} = +v \cos \theta \quad v_{2y} = -v \sin \theta$$

$$a_{av,x} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{\Delta t} = \frac{v \cos \theta - v \cos \theta}{\Delta t} = 0$$

$$\begin{aligned} a_{av,y} &= \frac{v_{2y} - v_{1y}}{\Delta t} = \frac{-v \sin \theta - v \sin \theta}{\Delta t} \\ &= \frac{-2v \sin \theta}{2r\theta/v} = -\left(\frac{v^2}{r}\right) \left(\frac{\sin \theta}{\theta}\right) \end{aligned}$$

$$a_y = \lim_{\theta \rightarrow 0} \left[ -\left(\frac{v^2}{r}\right) \left(\frac{\sin \theta}{\theta}\right) \right] = -\left(\frac{v^2}{r}\right) \lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \theta}{\theta}\right)$$



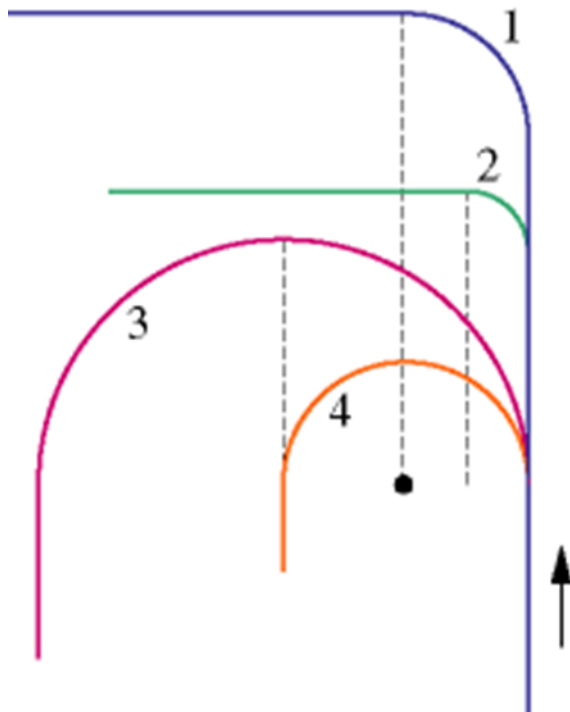
$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Centripetalno, normalno ili radijalno ubrzanje, konstantno po intezitetu, ima pravac precnika i usmjereno ka centru



SVAKO KRIVOLINIJSKO KRETANJE JE UBRZANO JER VEKTOR BRZINE MIJENJA PRAVAC.  
MOZE LI SE TIJELO KRETATI UBRZANO AKO MU JE BRZINA KONSTANTNA PO INTEZITETU?  
MOZE LI TIJELO PROCI KRIVINU SA UBRZANJEM NULA? A SA KONSTANTNIM  
UBRZANJEM?

- Slika prikazuje cetiri putanje (pola ili cetvrt kruga) kojima prolaze vozovi, sa konstantnom brzinom. Poredjaj staze prema velicini ubrzanja koje dobije voz na zakrivljenom dijelu pruge, najvece prvo.



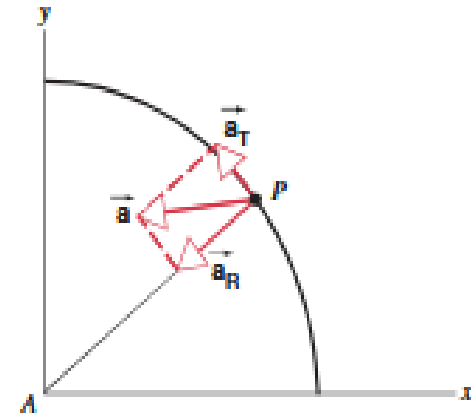
Resenje 4-3-2-1



STA AKO SE TIJELO KRECE PO KRUZNICI SA BRZINOM PROMJENLJIVOG INTEZITETA? KOLIKO JE TADA UBRZANJE?

KOD PRAVOLINIJSKOG PROMJENLJIVOG KRETANJA SMO IMALI DA AKO SU VEKTORI BRZINE I UBRZANJA ISTOG SMJERA BRZINA RASTE. ZA RAZLICIT SMJER BRZINA OPADA.

U SLUCAJU KRUZNOG ILI KRIVOLINIJSKOG KRETANJA SA PROMJENLJIVIM INTEZITETOM BRZINE PORED RADIJALNOG UBRZANJA IMAMO I TANGENCIJALNO UBRZANJE. OVO UBRZANJE UVJEK IMA PRAVAC VEKTORA BRZINE (TANGENTA NA PUTANJU) A SMJER JE ISTI KAO BRZINA AKO SE BRZINA POVECAVA, ODNOSNO SUPROTAN AKO BRZINA OPADA. KOD OVAKVOG SLOZENOG KRETANJA UKUPNO UBRZANJE JE VEKTORSKI ZBIR TANGENCIJALNOG I NORMALNOG (RADIJALNOG, CENTRIPETALNOG UBRZANJA)



$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_R.$$
$$a = \sqrt{a_T^2 + a_R^2}$$



# KLASIFIKACIJA KRETANJA

$$1. a_t = 0, a_n = 0,$$

$$2. a_t = \text{const}, a_n = 0$$

$$3. a_t = 0, a_n = \text{const}$$

$$4. a_t = \text{const}, a_n = \text{const}$$

1. Ravnomjerno pravolinijsko kretanje

2. Ravnomjerno promjenljivo pravolinijsko kretanje

3. Ravnomjerno kružno kretanje

4. Spirala u ravni

